



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА I

9 юни 2018 г.

Тема №1.

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. Кое от посочените числа е най-голямо:

A) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-3/5}$ B) $\sqrt[5]{81}$ B) $27^{1/4}$ Г) $3^{7/8}$

Задача 2. Ако $a : b = 5 : 3$ и $b : c = 1 : 2$, то стойността на израза $\frac{2a + 4b - c}{a - b + c}$ е равна на:

A) -1 B) 0 B) 1 Г) 2

Задача 3. Изразът $\frac{\sqrt{x+1}}{4x-x^2}$ е дефиниран за всяко x от интервала:

A) $(-3; -1)$ B) $(-1; 1)$ B) $(1; 3)$ Г) $(3; +\infty)$

Задача 4. Решенията на неравенството $x - 3 \geq \frac{15}{x - 5}$ са:

A) $x \in (-\infty; 0)$ B) $x \in [5; 8)$ B) $x \in [0; 8]$ Г) $x \in [0; 5) \cup [8; +\infty)$

Задача 5. Стойността на израза $\frac{3 \lg 5 - \log_{0,2} \frac{1}{25} + \lg 8}{\log_3 63 - \log_3 7}$ е равна на:

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 B) $\frac{1}{2}$ Г) 2

Задача 6. За решенията на системата $\begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 10 \end{cases}$ е изпълнено равенството:

A) $|x + y| = 3$ B) $|x + y| = 7$ B) $|x + y| = 10$ Г) $|x + y| = 17$

Задача 7. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $4x^2 - 8x - 5 = 0$, то стойността на израза $A = \frac{(1-x_1)(1-x_2)}{x_1+x_2}$ е равна на:

A) $-\frac{9}{8}$ B) $\frac{8}{9}$ B) $-\frac{9}{4}$ Г) $-\frac{3}{4}$

Задача 8. Стойността на израза $B = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ при $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 15^\circ$ е равна на:

A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{2}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ Г) $3\sqrt{2}$

Задача 9. За $\triangle ABC$ е известно, че $\sphericalangle ACB = 150^\circ$, $AB = 7$ и точката O се намира на равни разстояния от върховете A , B и C . Тогава $AO + 3BO + 2CO$ е равно на:

A) 42 B) $\frac{21}{2}$ B) 36 Г) 21

Задача 10. Даден е правоъгълен триъгълник ABC , за който $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ и $\cos \sphericalangle ABC = \frac{1}{3}$. Ако точката M е средата на катета BC , то $\cotg \sphericalangle CAM$ е равен на:

A) 2 B) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ Г) 6

Задача 11. Дадено е уравнението $x^2 - 6x + p = 0$, в което p е параметър. При каква стойност на p единият корен на уравнението е два пъти по-малък от другия:

- А) $p = 8$ Б) $p = 6$ В) $p = 4$ Г) $p = 2$

Задача 12. Членовете на редицата b_1, b_2, b_3, \dots са определени по правилото:

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 5 - 2|b_n|, \quad n = 1, 2, \dots$$

Сумата $b_1 + b_2 + \dots + b_{21}$ е равна на:

- А) -21 Б) 19 В) -19 Г) 21

Задача 13. За геометричната прогресия a_1, a_2, a_3, a_4 , в която няма равни членове, е изпълнено

$$\sqrt[3]{a_1 a_2 a_3} = \frac{a_2 + a_3 + a_4}{3}.$$

Частното на прогресията е равно на:

- А) $\frac{1}{2}$ Б) -2 В) $-\frac{1}{2}$ Г) 1

Задача 14. Най-голямата стойност на функцията $y = 8 + 7x - x^2$, $x \in [0, 2]$, е равна на:

- А) 8 Б) 16 В) 18 Г) 20

Задача 15. Броят на начините, по които 8 ученици могат да бъдат разделени на два отбора от по 4 , е равен на:

- А) 2 Б) 28 В) 35 Г) 70

Задача 16. При закупуване от магазин, телевизор струва 1300 лв., а хладилник 900 лв. При закупуване онлайн на същите модели, цените са по-ниски, съответно с 6% за телевизора и с 8% за хладилника. Колко лева би спестил клиент, купувайки телевизора и хладилника онлайн от сайта на магазина:

- А) 125 лв. Б) 150 лв. В) 154 лв. Г) 160 лв.

Задача 17. В неравнобедрен правоъгълен триъгълник дължините на катетите, хипотенузата и ъглополовящата на правия ъгъл са равни на a , b , c и ℓ , съответно. Тогава:

- А) $2\ell < c$ Б) $2\ell = c$ В) $2\ell > c$ Г) $2\ell = a + b$

Задача 18. В $\triangle ABC$ е дадено $AC = 10$, $BC = 6$ и $\sphericalangle ACB = 60^\circ$. Дължината на медианата към страната AB е равна на:

- А) 6 Б) $\sqrt{41}$ В) 7 Г) 8

Задача 19. Даден е трапец $ABCD$, в който $AB \parallel CD$, $\sphericalangle BAD = 90^\circ$, $AB = 16$, $AD = 12$ и $AC = 13$. Синусът на ъгъла между диагоналите на трапеца е равен на:

- А) $\frac{2}{3}$ Б) $\frac{63}{65}$ В) $\frac{17}{25}$ Г) $\frac{1}{2}$

Задача 20. Даден е квадрат $ABCD$. Върху страните на квадрата BC и CD са избрани точки M и N , съответно, така че $CN : BM : MC = 3 : 5 : 7$. Отношението на лицата на триъгълника AMN и квадрата $ABCD$, $S_{AMN} : S_{ABCD}$ е равно на:

- А) $7 : 24$ Б) $9 : 32$ В) $17 : 30$ Г) $11 : 32$

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в листа за отговори!

Задача 21. Стойността на израза $C = \frac{p^{0,25}(p-1)}{p^{3/4} + p^{0,5}} \cdot \frac{p^{0,5} + \sqrt[4]{p}}{\sqrt{p} + 1}$ при $p = 4$ е равна на:

Задача 22. Решенията на системата
$$\begin{cases} \frac{3}{x+2} + \frac{2}{y+3} = 1 \\ \frac{4}{x+2} - \frac{1}{y+3} = 5 \end{cases}$$
 са:

Задача 23. Най-малкото цяло положително число n , за което $\frac{3n+1}{n^2-n+3} < \frac{1}{2}$ е:

Задача 24. Необходимите учебници, които студент трябва да закупи за първи курс са 7 на брой, като цените на 6 от тях са: 23 лв., 12 лв., 38 лв., 29 лв., 17 лв., 21 лв. Ако средноаритметичното от цените на 7-те учебника е равно на 25 лв., то медианата на статистическия ред от цените на 7-те учебника е равна на:

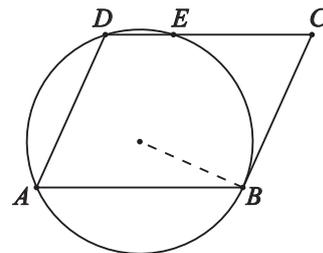
Задача 25. В равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$), ъглополовящите AL ($L \in BC$) и CM ($M \in AB$) се пресичат в точката I , като $CI = 3IM$ и $AB = 4$. Вписаната в $\triangle ABC$ окръжност има радиус с дължина:

Пълните решения на задачи 26., 27. и 28. запишете в свитъка за решения!

Задача 26. Да се реши уравнението: $x^2 - 4x + \sqrt{x^2 - 4x} = 6$.

Задача 27. Мерките на ъглите в четириъгълник образуват аритметична прогресия, като единият от ъглите има мярка 75° . Да се намери най-малката възможна стойност на мярката на най-големия ъгъл в такъв четириъгълник.

Задача 28. Окръжност минава през върховете A , B , D на успоредник $ABCD$, пресича страната CD в точка E и се допира до правата BC . Да се намери дължината на по-късия диагонал на успоредника $ABCD$, ако $CE = 4$ и $DE = 2$.



Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка от задачите от 26. до 28., включително;
- решението на всяка от задачите от 26. до 28., включително, трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!