Софийски Университет „Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

Национално състезание по елементарна математика

„Проф. Борислав Боянов"

Първи кръг, 11 февруари 2018

Задача 1. Да се реши неравенството $x^6 + 8 \leq 9\,|x|^3$.

Задача 2. Даден е равнобедрен триъгълник $\triangle ABC$ с основа $AB = 10$ и бедра $AC = BC = 25$. Окръжност с диаметър BC пресича страните AC и AB съответно в точките M и N. Да се намерят дължините на страните на $\triangle AMN$.

Задача 3. Да се реши неравенството:

$$\log_2 \frac{4^x - 3.2^{x+1} + 8}{2^x - 1} \leq x + 2 \,.$$

Задача 4. Точката M от хипотенузата AB на правоъгълния $\triangle ABC$ и точката N от катета AC на същия триъгълник са такива, че лицата и периметрите на $\triangle AMN$ и четириъгълника $NMBC$ са равни. Да се намери MN, ако $AC = 6$ и $BC = 8$.

Задача 5. Да се реши уравнението

$$\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16} \quad .$$

Задача 6. Кума Лиса решила да постави парола на новия си лаптоп, която да се получава от пренареждането на буквите в думата ХИТРУША (всичките главни), и в нея да има точно една двойка от последователни съгласни. Да се намери броят на различните пароли, които могат да се получат по този начин ?

Задача 7. Точката M от страната AB на $\triangle ABC$ е такава, че $AM : MB = 3 : 7$. Нека P и Q са точки сътветно от лъчите $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$, така че M да лежи на отсечката PQ. Да се намери най-голямата възможна стойност на отношението $\dfrac{S_{ABC}}{S_{PQC}}$.

Задача 8. Да се намерят всички реални стойности на c, за които уравнението

$$x^2 - 4x - c - \sqrt{8x^2 - 32x - 4c} = 0$$

има точно две различни реални решения.

Време за работа 4 часа.