СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

31 март 2019 г.

Тема №1

Задача 1. Да се реши уравнението

$$(x-1)|x-2| = x^2 - x - 6.$$

Задача 2. За $\triangle ABC$ е известно, че $BC = \sqrt{2}AC$, $\sphericalangle BAC = 19^\circ$ и AM ($M \in BC$) е медиана. Намерете големината на $\sphericalangle AMB$.

Задача 3. Да се реши неравенството

$$\frac{\sqrt{-x^2+7x-6}}{20-|x^2-11x+10|} \leq 0.$$

Задача 4. Намерете острия $\sphericalangle BAD$ и лицето на ромба $ABCD$, ако радиусите на описаните около $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ окръжности са съответно $\sqrt{3}$ и 1.

Задача 5. Намерете стойностите на параметъра a, за които уравнението

$$\frac{a.2^x+1}{2^x-2} - \frac{a.2^x-1}{2^x-3} = a$$

има единствено решение.

Задача 6. Да се пресметне лицето на трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$), ако $AC = 13$, $BD = 20$ и височината на трапеца е $h = 12$.

Задача 7. Основата $ABCD$ на четириъгълна пирамида $ABCDE$ е квадрат със страна 4 , а околните ръбове сключват с равнината на основата ъгъл 45° . През средите на ръбовете AB , BC и DE е прекарана равнина γ . Да се намери лицето на сечението на γ с пирамидата.

Задача 8. Лицето на $\triangle ABC$ е 64. Върху страните му AB, BC и CA лежат съответно точките K , L и M , така, че $AK = x\,AB$, $BL = x^2BC$, $AM = 2xAC$ и $AM \geq MC$, където x е реална променлива. Намерете най-малката стойност на лицето на триъгълника KLM и стойността на x, за която се достига най-голямата стойност на лицето на триъгълника KLM.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерирайте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!