



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

16 юни 2019 г.

ТЕМА №3.

Задача 1. Дадена е геометрична прогресия $\div a_1, a_2, \dots, a_{2019}$, за която $a_1 \cdot a_{2019} = 2019$. Да се намери частното от сумата на членовете на прогресията и сумата от реципрочните им стойности.

Задача 2. Даден е триъгълник ABC , за който $AC = BC = 5$ и $AB = 6$. Да се намерят радиусите r и R съответно на вписаната в триъгълника и на описаната около него окръжности, както и разстоянието между центровете им.

Задача 3. Да се реши уравнението:

$$\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 + 2x - 15} = 3.$$

Задача 4. Даден е правоъгълник $ABCD$ със страна $AB = 10$. Върху страната CD е избрана точка M , така че $S_{BCM} = 4$, $\sphericalangle BAM = \alpha$, $\sphericalangle ABM = \beta$ и $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \beta = 2 : 3$. Да се намерят лицето S на правоъгълника и радиусът R на описаната около триъгълника ABM окръжност.

Задача 5. Да се реши неравенството:

$$\left(9 - 4\sqrt{5}\right)^{2\sin x} + 1 \geq 18 \left(\sqrt{5} - 2\right)^{2\sin x}.$$

Задача 6. Дадена е отсечка $AB = \sqrt{5}$. С диаметър AB е построена полуокръжност k_1 . Окръжност k_2 се допира до AB в точка N ($N \in AB$ и $AN : NB = 1 : 2$) и вътрешно до k_1 в точката M . Да се намерят дължините на отсечките AM и BM .

Задача 7. Стените ACB и ACD на триъгълната пирамида $ABCD$ сключват помежду си ъгъл 45° . Да се намери обемът на пирамидата, ако $AC = 14$, $AB = AD = 15$ и $CB = CD = 13$.

Задача 8. Даден е квадратният тричлен $f(x) = 8a^2x^2 + 8ax - a + 1$, където a е реален параметър. Да се намери a , при условие че уравнението $f(x) = 0$ има два различни реални корена α и β , за които $5\alpha - 3\beta = 1$.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!