Софийски Университет „Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

Национален турнир по елементарна математика

„Проф. Борислав Боянов"

Първи кръг, 17 февруари 2019

Задача 1. Да се реши неравенството:

$$\frac{5}{x^2-8}-\frac{2}{x^2-4}\leq 1 \quad .$$

Задача 2. В равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $BC = AD$) е изпълнено $AB = 3CD$. Да се намери CM, където M е средата на BD, ако $AB = 15$ и $BC = 13$.

Задача 3. Да се реши уравнението:

$$\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3} = 1 \quad .$$

Задача 4. В правоъгълен триъгълник $\triangle ABC$ катетите са $AC = 8$ и $BC = 15$. Две окръжности, с радиус R, се допират помежду си, допират се до хипотенузата и до катет на $\triangle ABC$ (едната до AC, другата до BC). Да се намери R.

Задача 5. Да се реши уравнението $\operatorname{tg} x + \sin 2x = 2$.

Задача 6. Да се намери вероятността четири различни (произволно избрани) върха на правилна шестоъгълна призма да лежат в една равнина.

Задача 7. Да се реши неравенството

$$\frac{\log_{x+5}\left(x^2+2x+56\right)}{\log_{x+5}\left(x^2+2x-2\right)} \geq \frac{\log_5\left(x^4+4x^3+4x^2\right)}{\log_5\left(x^2+2x-2\right)} \ .$$

Задача 8. Да се намерят стойностите на параметъра a, за всяка от които уравнението

$$x^6+(5a-8|x|)^3+3x^2-24|x|+15a = 0$$

има точно два различни корена.

Време за работа 4 часа.