



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“  
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

21 юни 2020 г.

ТЕМА №3.

**Задача 1.** Дадена е аритметична прогресия. Да се намери сумата на първите ѝ двадесет члена, при условие че сумата на третия, седмия, четирнадесетия и осемнадесетия ѝ членове е равна на 404.

**Задача 2.** В триъгълника  $ABC$  е построена ъглополовящата  $CL = 1$ . Да се намери дължината на страната  $AB$ , при условие че  $AC : BC = 1 : 2$  и  $\sphericalangle LCB = 60^\circ$ .

**Задача 3.** Да се реши системата:

$$\begin{cases} x^2 + xy + 2y^2 = 8 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases} .$$

**Задача 4.** Трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 18$  и  $CD = 8$  е вписан в окръжност с радиус  $R$  и описан около окръжност с радиус  $r$ . Да се намери лицето  $S$  на трапеца и дължините на  $R$  и  $r$ .

**Задача 5.** Да се реши уравнението:

$$\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-2x}(4x^2 - 4x + 1) = 2.$$

**Задача 6.** Даден е правоъгълник  $ABCD$ . Точките  $M$  и  $N$  лежат съответно върху страните  $AB$  и  $BC$ . Да се намери лицето  $S_{MND}$  на триъгълника  $MND$ , при условие че лицата на триъгълниците  $AMD$ ,  $MBN$  и  $NCD$  са съответно  $S_{AMD} = 10$ ,  $S_{MBN} = 28$  и  $S_{NCD} = 12$ .

**Задача 7.** Дадена е права триъгълна призма  $ABCA_1B_1C_1$ , всички ръбове на която са равни помежду си. Точките  $M$  и  $N$  са среди съответно на  $A_1C_1$  и  $BB_1$ . Да се намери косинусът на ъгъла между правите  $AN$  и  $CM$ .

**Задача 8.** Дадена е функцията  $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6(a-1)x + 2020$ , където  $a$  е реален параметър. Да се намерят стойностите на  $a$ , така че за всяко  $x \in [0, 1]$  да е изпълнено неравенството  $f(x) \geq f(1)$ .

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!