



Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Факултет по математика и информатика

Национален турнир по елементарна математика

„Проф. Борислав Боянов“

Първи кръг, 23 февруари 2020

Задача 1. Да се реши неравенството:

$$|2x^2 - 9x + 10| < |x^2 - x - 5| \quad .$$

Задача 2. Окръжност, с център точката A , минава през точката B . Втора окръжност, с център точката B , минава през точката A . Да се намери дължината на радиуса на окръжност, която се допира до отсечката AB и до дадените две окръжности, ако $AB = 8$.

Задача 3. Да се реши уравнението:

$$\sqrt[3]{x+40} - \sqrt{x-20} = 2 \quad .$$

Задача 4. Мерките на ъглите на триъгълник ABC са не по-големи от 90° . Да се намерят най-малката и най-голямата възможни стойности на лицето на $\triangle ABC$, ако $AB = 8$ и сумата от лицата на квадратите със страна AC и BC е 82.

Задача 5. Да се намери броят на различните (не еднакви) правоъгълни триъгълници, чиито върхове са измежду върховете на правилен 2020-ъгълник.

Задача 6. За кои стойности на параметъра a уравнението $\log_x(a - 16x) = -1$ има точно едно решение?

Задача 7. Да се намерят най-малката и най-голямата стойности на функцията

$$f(x) = 27^{\sqrt{x(4-x)}} - 3^{\sqrt{x(4-x)}+3}$$

За кои стойности на аргумента се достигат?

Задача 8. Да се намерят стойностите на параметъра b , за които множеството от стойностите на функцията

$$g(x) = \frac{b - 2 \cos x}{\sin^2 x + b^2} \quad \text{съдържа интервала} \quad [2, 3] \quad .$$

Време за работа 4 часа.