



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

2 април 2023 г.

ТЕМА №3.

Отговорите на задачите от 1. до 10. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. Стойността на израза $\sin 270^\circ + \sin 172^\circ \cos 22^\circ + \sin 22^\circ \sin 82^\circ$ е равна на:

- А) $-\frac{1}{2}$ Б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ В) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$ Г) $\frac{1}{2}$

Задача 2. Решенията на неравенството $\frac{u-1}{u-2} \geq \frac{u-3}{u-6}$ са:

- А) $u \in (-\infty; 0] \cup (2; 6)$ Б) $u \in (-\infty; 0) \cup (2; 6)$ В) $u \in [0; 6)$ Г) $u \in (-\infty; 6)$

Задача 3. Сумата от квадратите на решенията на уравнението $||x-3|-4|=1$ е равна на:

- А) 12 Б) 205 В) 104 Г) 68

Задача 4. Решението на уравнението $5^x + 25^x = 2.125^x$ е:

- А) $x = -1$ Б) $x = 0$ В) $x = 1$ Г) $x = 2$

Задача 5. Кое от посочените числа е най-голямо:

- А) $\sqrt[3]{2}$ Б) $4 - 2\sqrt{2}$ В) 1,25 Г) $\log_5 4$

Задача 6. Равнобедрен трапец е описан около окръжност, като дължините на основите му са 25 и 9. Намерете лицето на трапеца.

- А) 221 Б) $17\sqrt{210}$ В) 272 Г) 255

Задача 7. В кутия има 4 бели, 6 черни и 8 зелени топки. Вероятността три случайно извадени топки от кутията да са с еднакъв цвят е равна на:

- А) $\frac{1}{11}$ Б) $\frac{5}{51}$ В) $\frac{1}{17}$ Г) $\frac{2}{51}$

Задача 8. Медианите AD , BE и CF на $\triangle ABC$ имат дължини 8, 9 и 11 съответно. Намерете страната AB .

- А) $\frac{26}{3}$ Б) 7 В) $\frac{34}{3}$ Г) 10

Задача 9. В равнината е въведена правоъгълна координатна система. Дадени са точката $B(1, 2)$ и правата $l : 4y - 3x + 20 = 0$. Координатите на ортогоналната проекция P на B върху l са:

- А) $P(0, -5)$ Б) $P(2, -4)$ В) $P(4, 2)$ Г) $P(4, -2)$

Задача 10. В $\triangle ABC$ точките D, E, F са среди съответно на отсечките AC, BC, BE . Нека G е пресечната точка на AF и BD . Намерете лицето на четириъгълника $CDGF$, ако лицето на ABC е 360.

- А) 162 Б) 160 В) 150 Г) 180

Отговорите на задачи 11. и 12. запишете в листа за отговори!

Задача 11. Намерете решенията на системата:

$$\begin{cases} a^3 - 2b^3 = 2a^2b - ab^2 \\ (a + 1)(b + 1) = 10 \end{cases}$$

Задача 12. Даден е триъгълник ABC със страни $AC = 21$, $BC = 19$ и $\sphericalangle BAC = 60^\circ$. Намерете радиуса на вписаната в ABC окръжност.

Пълните решения на задачи 13., 14., 15. и 16. запишете в свитъка за решения!

Задача 13. Числата a , b и c в този ред образуват аритметична прогресия с разлика 12. Ако от b извадим 2, трите числа биха образували геометрична прогресия. Намерете a .

Задача 14. Да се реши неравенството:

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{x-2} \leq \sqrt{3x-7}.$$

Задача 15. Даден е $\triangle ABC$, като $AB = 8$ и $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Нека H е петата на височината спусната от C към страната AB . Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако вписаните в $\triangle AHC$ и $\triangle BHC$ окръжности се допират.

Задача 16. В сфера с радиус R е вписана четириъгълна пирамида $ABCDE$. Основата $ABCD$ е квадрат, а околният ръб EA е перпендикулярен на равнината на основата. Намерете максималния възможен обем на пирамидата.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително;
- решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително, трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!