



Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Факултет по математика и информатика

Национално състезание по елементарна математика

турнир „Проф. Борислав Боянов“

Втори кръг, 09 март 2014

Задача 1. Да се намерят стойностите на параметъра a , за които уравнението

$$(x^2 + 4x + 4a + 52)^2 = 16a(5x^2 + 4x + 52)$$

има точно три различни реални решения.

Задача 2. Да се намери целочислено решение на уравнението

$$k^3 = a^4 + (a + b)^4 + b^4, \quad \text{за което} \quad 0 < a < b.$$

Задача 3. Върху малката дъга AB на описаната около триъгълник ABC окръжност е избрана точка M . Нека MP и MQ са разстоянията от M до правите AC и BC .

Да се намери $\angle ACM$, за който сумата $MP + MQ$ е най-голяма, ако $\angle BAC = 37^\circ$ и $\angle ABC = 73^\circ$.

Задача 4. а) Да се докаже, че за всяко цяло число $1 \leq k \leq 99$ във всяко множество от 300 различни цели числа от интервала $[1, 500]$ има две числа с разлика, равна на k .

б) Вярно ли е, че във всяко множество от 300 различни цели числа от интервала $[1, 500]$ има две числа с разлика, равна на 100?

в) Вярно ли е, че във всяко множество от 300 различни цели числа от интервала $[1, 500]$ има две числа с разлика, равна на 101?

Задача 5. Да се намери най-голямото реално число R , за което неравенството

$$R \leq \frac{u}{x + v} + \frac{v}{y + u}$$

е изпълнено за всички неотрицателни x , y и положителни u , v , за които $x + y \leq u + v$.

Време за работа 5 часа.