



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА
„ТУРНИР ПРОФ. БОРИСЛАВ БОЯНОВ“

17 февруари 2013 г.

Задача 1. В триъгълника ABC са дадени $AC = 3$, $BC = 7$, и $\angle CAB = 120^\circ$. Да се намери AB .

Задача 2. Четирицифрено число е съставено от цифрите 0, 1, 2 и 3. Да се намерят всички такива числа, които се делят на 11.

Задача 3. Ъглополовящите на $\angle DAB$ и $\angle ABC$ в успоредника $ABCD$ се пресичат в точка L , лежаща върху CD . Ако K е пресечната точка на AC и BL , да се намери $\frac{BK}{KL}$.

Задача 4. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението

$$4^x - a \cdot 2^x + 1 = 0$$

има два реални корена, единият от които е отрицателен, а другият е положителен.

Задача 5. Да се реши неравенството

$$\sqrt{\frac{x+2}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} \leq \frac{3}{2}.$$

Задача 6. В триъгълна пирамида $ABCD$ основните ръбове са $AB = 7$, $BC = 8$ и $AC = 5$, а околните стени ABD , BCD и ACD сключват с основата ъгли съответно 90° , 60° и 60° . Да се намери обемът на пирамидата.

Задача 7. Окръжност k с радиус $r = \sqrt{3}$ се допира до раменете на ъгъл с връх K и големина 60° . Четириъгълник $ABCD$ е описан около k , така че A и D са върху едното рамо на ъгъла (D е между A и K), а B и C са върху другото рамо на ъгъла (C е между B и K). Да се намерят дължините на AB и CD , за които лицето на $ABCD$ е възможно най-малко.

Задача 8. Точките A , B и C лежат върху графиката на функцията $y = x^2$ и абсцисите им са в интервала $[-1, 1]$. Да се докаже, че лицето на триъгълника ABC не надминава 1.

Време за работа 4 часа.