СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

Писмен конкурсен изпит по Математика I

24 март 2019 г.

Тема №2.

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. За числата $a = 35\%$ от $\sqrt{5^2}$, $b = \dfrac{4}{7} \cdot \sqrt[3]{14^2 - 13^2}$ и $c = 30\%$ от $\sqrt{(-6)^2}$, е вярно:

А) $c < b < a$ ***Б)*** $b < a < c$ ***В)*** $a < b < c$ ***Г)*** $a < c < b$

Задача 2. Стойността на израза $A = \dfrac{3\sqrt{3} - 9q + 3\sqrt{3}\,q^2 - q^3}{\sqrt{3} - q}$ при $q = \sqrt{3} - 4$ е равна на:

А) 16 ***Б)*** 4 ***В)*** -16 ***Г)*** $16\sqrt{3}$

Задача 3. Допустимите стойности за x в израза $\dfrac{\sqrt{1 - x + x^2 - x^3}}{|x - 2|}$ са:

А) $x \in (0; 1]$ ***Б)*** $x \in (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$ ***В)*** $x \in [1; 2)$ ***Г)*** $x \in (-\infty; 1]$

Задача 4. Сборът от целите решения на неравенството $\dfrac{4}{x - 1} \geq 1$ е равен на:

А) 4 ***Б)*** 10 ***В)*** 14 ***Г)*** 15

Задача 5. Стойността на израза $B = (1 - \log_3 21)(\log_7 63 - 1)\log_5 0{,}04$ е равна на:

А) -2 ***Б)*** 3 ***В)*** 4 ***Г)*** 6

Задача 6. Ако числата u и v удовлетворяват равенствата $\left|\begin{array}{l} uv = -3 \\ u + v = 2 \end{array}\right.$, тогава:

А) $u^4 + v^4 = 82$ ***Б)*** $u^4 + v^4 = 79$ ***В)*** $u^4 + v^4 = 28$ ***Г)*** $u^4 + v^4 = 97$

Задача 7. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2 - 7x + 3 = 0$, то стойността на израза $C = \dfrac{3 - x_2}{x_1} + \dfrac{3 - x_1}{x_2}$ е равна на:

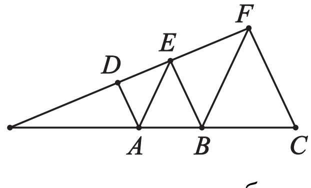
А) $-\dfrac{6}{5}$ ***Б)*** $\dfrac{5}{6}$ ***В)*** $-\dfrac{5}{6}$ ***Г)*** $\dfrac{6}{5}$

Задача 8. Изразът $\dfrac{\cos(30^\circ + \beta) + \sin\beta}{2\cos(30^\circ - \beta)}$ за $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$ е тъждествено равен на:

А) $\dfrac{1}{2}$ ***Б)*** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ***В)*** $\cos\beta$ ***Г)*** $3 + \sqrt{2}$

Задача 9. На чертежа, $AD \| BE \| CF$, $AE = BE = 8$ и $BF = CF = 16$. Дължината на отсечката AD е равна на:

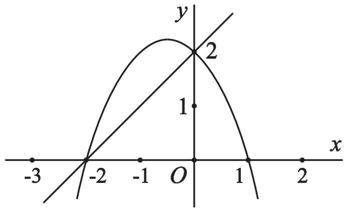
А) $2\sqrt{2}$ ***Б)*** 3 ***В)*** $2\sqrt{3}$ ***Г)*** 4



Задача 10. В равнобедрен триъгълник бедрото има дължина 8 и медианата към бедрото има дължина 6. Лицето на триъгълника е равно на:

А) $8\sqrt{5}$ ***Б)*** $6\sqrt{15}$ ***В)*** 24 ***Г)*** $15\sqrt{6}$

Задача 11. На чертежа са изобразени графиките на функциите $f(x) = -x^2 - x + 2$ и $g(x) = x + 2$. Решенията на неравенството $f(x) < g(x)$ са:



А) $x \in (-2, 0)$ **Б)** $x \in (1, \infty)$

В) $x \in (-2, 1)$ **Г)** $x \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

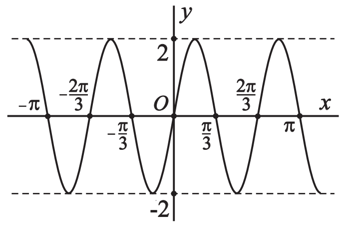
Задача 12. Ако u_n е общият член на редицата $1, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{5}, \dfrac{1}{7}, \ldots$, тогава за всяко $n = 2, 3, \ldots$ разликата $u_{n+1} - u_n$ е равна на:

А) $\dfrac{1}{2n}$ **Б)** $\dfrac{2}{1 - 4n^2}$ **В)** $\dfrac{1}{4n^2 + 1}$ **Г)** $\dfrac{1}{4n^2 - 1}$

Задача 13. За растящата аритметична прогресия $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, е известно, че $a_1 = -3$ и $a_n^2 - a_{n-1}\, a_{n+1} = 4$, $n = 2, 3, \ldots$. Сто и първият член на прогресията, a_{101} е равен на:

А) 98 **Б)** 187 **В)** 197 **Г)** 200

Задача 14. На чертежа е изобразена графиката на функцията:



А) $2\cos 3x$ **Б)** $3\sin x$

В) $\sin\dfrac{x}{3}$ **Г)** $2\sin 3x$

Задача 15. Броят на четните трицифрени числа $\overline{abc}$, съставени от цифрите 1, 2, 5, 6, 7, 8, като $a < b < c$, е равен на:

А) 13 **Б)** 15 **В)** 20 **Г)** 24

Задача 16. Статистическият ред в таблицата показва резултатите от измерванията на количеството дъжд за един ден в литри на кв. метър и броят на дните със съответния валеж.

Валеж (л/кв. м)	**0**	**1**	**3**	**4**	**5**	**7**	**8**
Честота (брой дни)	*3*	*1*	*4*	*5*	*4*	*2*	*1*

Средноаритметичното на този статистически ред е равно на:

А) 3,5 **Б)** 3,75 **В)** 4 **Г)** 4,25

Задача 17. За $\triangle ABC$ е дадено $\sphericalangle A : \sphericalangle B : \sphericalangle C = 3 : 5 : 4$ и радиусът на описаната окръжност е $R = 2$. Ако x е дължината на най-малката страна на триъгълника, а y – дължината на средната по големина страна, тогава $x^2 + y^2$ е равно на:

А) 20 **Б)** 24 **В)** 25 **Г)** 28

Задача 18. В $\triangle ABC$ е дадено $AB = 14$, $AC = 6$ и $\sphericalangle ACB = 120°$. Периметърът на $\triangle ABC$ е равен на:

А) 36 **Б)** 35 **В)** 32 **Г)** 30

Задача 19. Даден е успоредник $ABCD$, в който $AB \| CD$, $AB = 2BC$ и $AC = 2BD$. Ако φ е острият ъгъл между диагоналите на успоредника, тогава стойността на $\cos\varphi$ е равна на:

А) $\dfrac{3}{16}$ **Б)** $\dfrac{1}{2}$ **В)** $\dfrac{3}{4}$ **Г)** $\dfrac{7}{8}$

Задача 20. Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност, диагоналите му имат дължини $AC = 25$, $BD = 24$ и се пресичат в точка Q. Ако диагоналът AC разполовява всеки от ъглите $\sphericalangle BAD$ и $\sphericalangle BCD$ $(\sphericalangle BAD < \sphericalangle BCD)$, то отношението $AQ : CQ$ е равно на:

А) $4 : 1$ **Б)** $3 : 2$ **В)** $16 : 9$ **Г)** $8 : 17$

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в листа за отговори!

Задача 21. Стойността на израза $A = \dfrac{4-x}{2+x^{0,5}}\left(\dfrac{1+x^{1,5}}{1-\sqrt{x}+x} - x^{1/2}\right)$ при $x = \dfrac{4}{9}$ е равна на:

Задача 22. Решенията на уравнението $\sqrt{2x-3} = |1-x| - 2$ са:

Задача 23. Членовете на редицата $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots,$ са определени по правилото

$$b_n = -3n^2 + 32n - 65, \quad n = 1, 2, \ldots \ .$$

Най-големият член на редицата има пореден номер n, равен на:

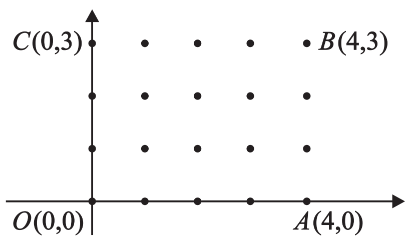
Задача 24. От данните 21, 34, 19, 25, 28, 17 е изключено едно от числата, като средноаритметичното на полученото множество от данни е по-малко с 2 от средноаритметичното на изходните данни. Медианата на новополученото множество от данни е равна на:

Задача 25. В остроъгълния триъгълник ABC са прекарани височините AH $(H \in BC)$ и CK $(K \in AB)$, като $AH = 24$, $AK = 18$ и $BK = 7$. Тогава $\sin\sphericalangle BAC$ е равен на:

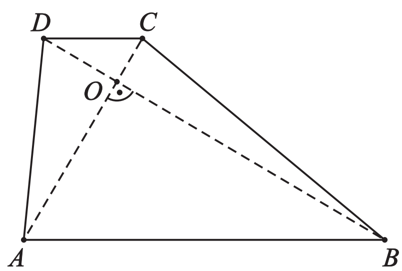
Пълните решения на задачи 26., 27. и 28. запишете в свитъка за решения!

Задача 26. Да се реши системата: $\left|\begin{array}{l} x^3 - 8y^3 = 37 \\ x - 2y = 1 \end{array}\right.$.

Задача 27. В равнината е даден правоъгълник $OABC$, с координати на върховете $O(0,0)$, $A(4,0)$, $B(4,3)$ и $C(0,3)$. Да се намери броят на всички отсечки, чиито краища са точки от правоъгълника и координатите им са цели числа. Да се намери вероятността, произволно избрана такава отсечка да има дължина по-малка от $\sqrt{3}$.



Задача 28. Трапецът $ABCD$ има основи AB и CD. Диагоналите на трапеца са перпендикулярни и се пресичат в точка O, като $BC = 10$ и $CO = 6$. В $\triangle ADO$ е вписана окръжност с център точка P и радиус $r = 2$, а около $\triangle BCO$ е описана окръжност с център точка Q. Да се намери дължината на отсечката PQ.



Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерирайте всички страници на беловата си;*
- *означавайте ясно началото и края на решението на всяка от задачите от 26. до 28., включително;*
- *решението на всяка от задачите от 26. до 28., включително, трябва да започва на нова страница;*
- *не смесвайте белова и чернова;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!