



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
18 МАЙ 2008 г.

ТЕМА 2

Задача 1. Петият и деветнадесетият член на аритметична прогресия са съответно равни на 9 и 37. Да се намери сборът на първите 29 члена.

Задача 2. Даден е правоъгълен триъгълник ABC ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$) с медиана $CM = \frac{5}{2}$ и височина $CH = \frac{12}{5}$. Да се намерят дължините на катетите на триъгълника.

Задача 3 Да се реши уравнението $(2^{4x^2-1} - 5)^2 = 9$.

Задача 4. Даден е трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB > CD$) с лице 6, бедра $AD = 2, BC = 4$ и ъгъл между бедрата 60° . Да се намерят основите на трапеца.

Задача 5. Да се реши неравенството $\log_3 \frac{x-1}{x-3} - 2 \log_3 \frac{1-x}{x-5} < 0$.

Задача 6. В триъгълника ABC вътрешната ъглополовяща през върха C пресича страната AB в точка L . Ако $AL = 5$ и $BL = 3$, да се намери радиусът на окръжността, минаваща през точките C и L , с център върху правата AB .

Задача 7. Да се намерят стойностите на параметъра a , при които уравнението $\sqrt{x-3} + ax = 2a + 3$ има единствено решение.

Задача 8. Спрямо правоъгълна координатна система Oxy са дадени точките $A(-2;7)$, $B(-1;3)$ и $D(3;7)$. Върховете на четириъгълника $ABCD$ с диагонали AC и BD лежат върху графиката на функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$. Да се намерят координатите на върха C , при които лицето на $ABCD$ е най-голямо, и да се пресметне това лице.

Задача 9. Дадена е правилна четириъгълна пирамида $QABCD$ с връх Q . Ъгълът между околния ръб CQ и равнината BDQ е 30° . През върха A е построена равнина α , перпендикулярна на ръба CQ . Да се намери тангенсът на ъгъла между равнината α и равнината QAB .

Задача 10. Дадена е функцията $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}, x > 1$. Нека спрямо правоъгълна координатна система Oxy точка A има координати $(2a;0)$, където a е реален параметър, а точка B лежи на графиката на $f(x)$ и е такава, че $\triangle OAB$ е равнобедрен ($OB = AB$). Да се докаже, че съществува единствена окръжност k , която се допира до оста Ox в точка O и до всички прави AB . Да се намери радиусът на тази окръжност.

Време за работа 5 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!