



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛ. ОХРИДСКИ“  
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА  
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА  
24 ЮЛИ 2008 г.

ТЕМА 2

**Задача 1.** Да се реши неравенството  $2\sqrt{2}x - 3 \leq 3x - 2\sqrt{2}$ .

**Задача 2.** Диагоналите  $AC$  и  $BD$  на изпъкналия четириъгълник  $ABCD$  се пресичат в точка  $O$ . Нека точките  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  са среди съответно на страните  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$ . Да се намери лицето на четириъгълника  $MNPQ$ , ако  $AC = \sqrt{8}$ ,  $BD = 6$  и  $S_{AOB} - S_{BOC} = 90^\circ$ .

**Задача 3.** Да се реши уравнението  $2 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 5 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 2 = 0$ .

**Задача 4.** Даден е триъгълник  $ABC$  с ъгли  $S_{ABC} = 30^\circ$  и  $S_{ACB} = 15^\circ$ . Да се намери периметърът на триъгълника  $ABC$ , ако височината му през върха  $C$  е равна на 4.

**Задача 5.** Да се реши системата уравнения 
$$\begin{cases} 2^{\lg x} + 3^{\lg y} = 5 \\ 2^{\lg x} \cdot 3^{\lg y} = 4 \end{cases}$$
.

**Задача 6.** Нека  $p$  е реално число такова, че уравнението  $x^2 - x + p = 0$  има реални корени  $x_1$  и  $x_2$ . Да се намери стойността на параметъра  $p$  така, че стойността на израза  $A = (x_1^3 + 1)(x_2^3 + 1)$  да е най-голяма.

**Задача 7.** Даден е квадратът  $ABCD$ . Точката  $M$  е вътрешна за квадрата и е такава, че  $S_{MAB} = S_{MBC} = 75^\circ$ . Нека точката  $N$  лежи на страната  $CD$  и  $S_{NMB} = 75^\circ$ . Да се намери отношението  $CN : ND$ .

**Задача 8.** Да се реши уравнението  $x^2 - x + 1 = \sqrt{2x - 1}$ .

**Задача 9.** В триъгълник  $ABC$  ( $AC > BC$ )  $CM$  и  $CL$  са съответно медиана и ъглополовяща през върха  $C$ . Права  $g$  през точката  $M$ , успоредна на страната  $AC$ , пресича  $CL$  в точката  $E$ , а права  $t$  през точката  $L$ , успоредна на страната  $BC$ , пресича  $CM$  в точката  $D$ . Да се намери големината на  $S_{DEC}$ .

**Задача 10.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $k$ , за които уравнението  $\sqrt{x^2 + k \cos^2 x} = k$  има единствен реален корен.

**Време за работа 5 часа.**

Драги кандидат-студенти,

- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- номерирайте всички страници на беловата си;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!